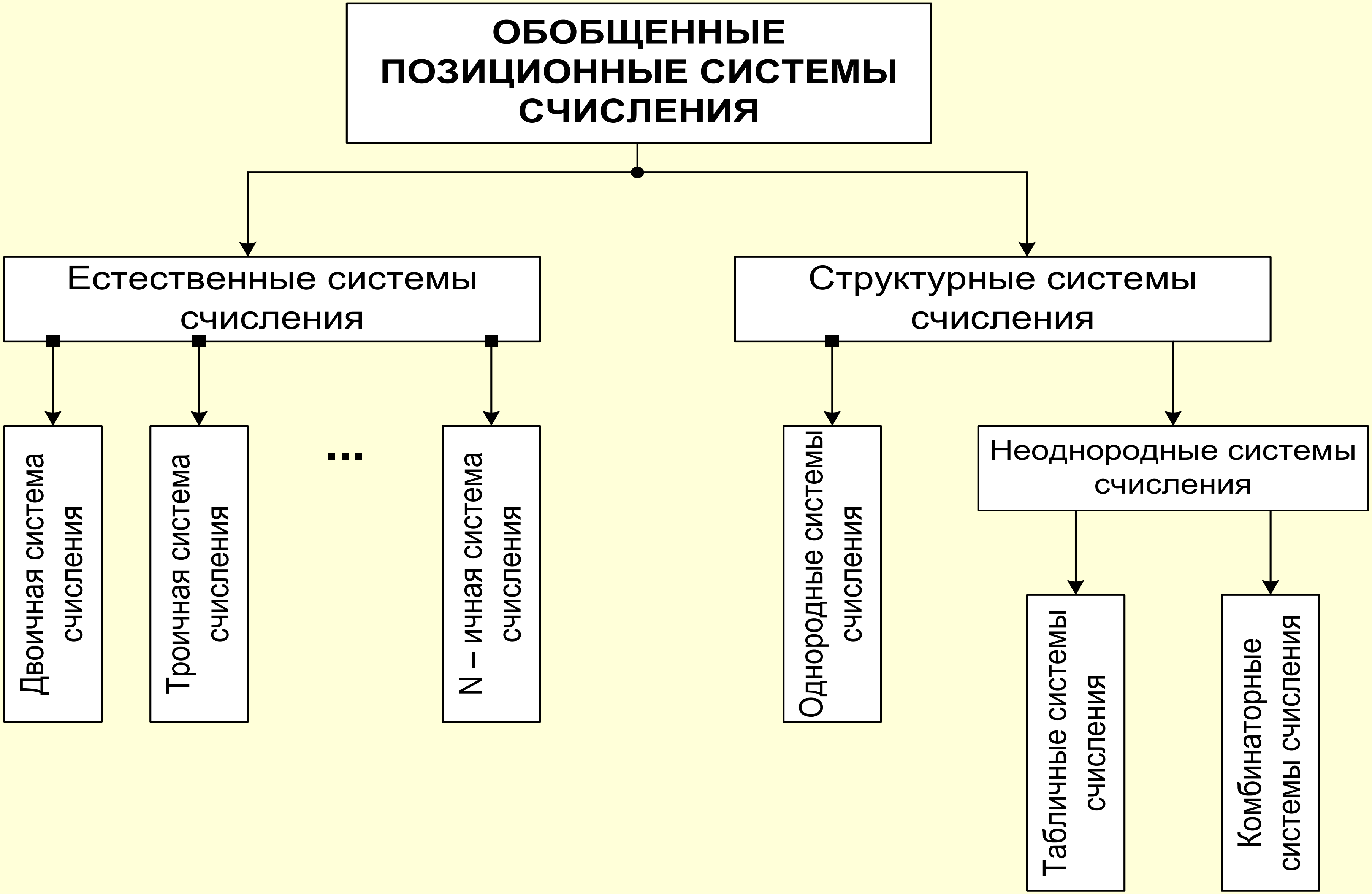
СУМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ЭЛЕКТРОНИКИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ

ТЕОРИЯ ОБОБЩЕННЫХ ПОЗИЦИОННЫХ СИСТЕМ СЧИСЛЕНИЯ (ОПСС)

3. КЛАССИФИКАЦИЯ



4. ТРЕБОВАНИЯ К СИСТЕМАМ СЧИСЛЕНИЯ

1. ОДНОЗНАЧНОСТЬ
2. КОНЕЧНОСТЬ
3. ВЫЧИСЛИМОСТЬ

5. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ОПСС

ОСНОВНЫЕ:

1. ПРОСТОТА ПОРОЖДЕНИЯ И НУМЕРАЦИИ ЧИСЕЛ
2. ЭФФЕКТИВНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ АРИФМЕТИКО - ЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ

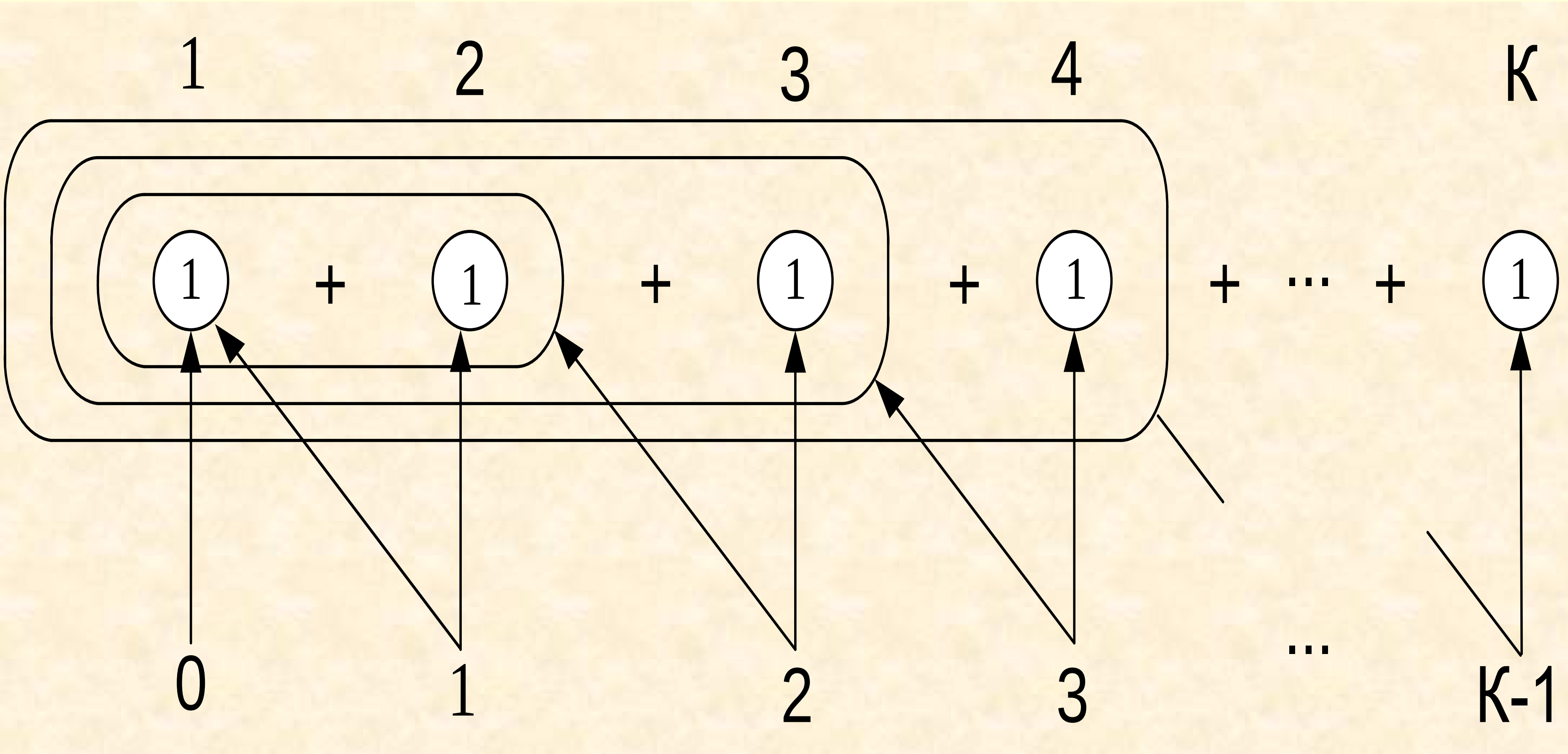
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ

3. ВОЗМОЖНОСТЬ ЗАЩИТЫ ОТ ПОМЕХ И НЕСАНКЦИНИРОВАННОГО ДОСТУПА
4. ПОРОЖДЕНИЕ И НУМЕРАЦИЯ КОМБИНАТОРНЫХ ОБЪЕКТОВ

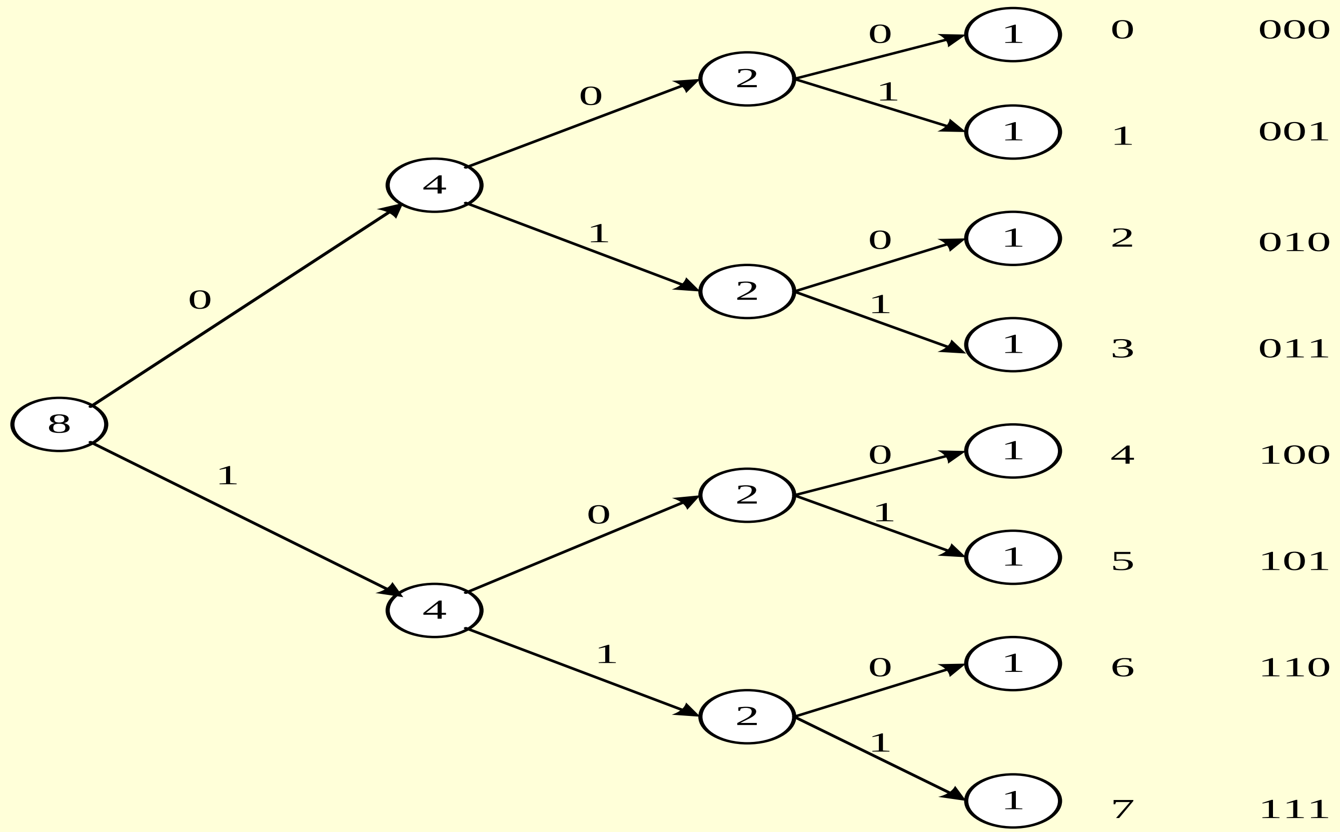
6. СОСТАВ ОПСС

1. СТРУКТУРА
2. НУМЕРАЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ
3. АЛФАВИТЫ
4. ОГРАНИЧЕНИЯ
5. НУЛЬ
6. ДИАПАЗОН

7. ОБОБЩЕННЫЙ ПОЗИЦИОННЫЙ СЧЕТ

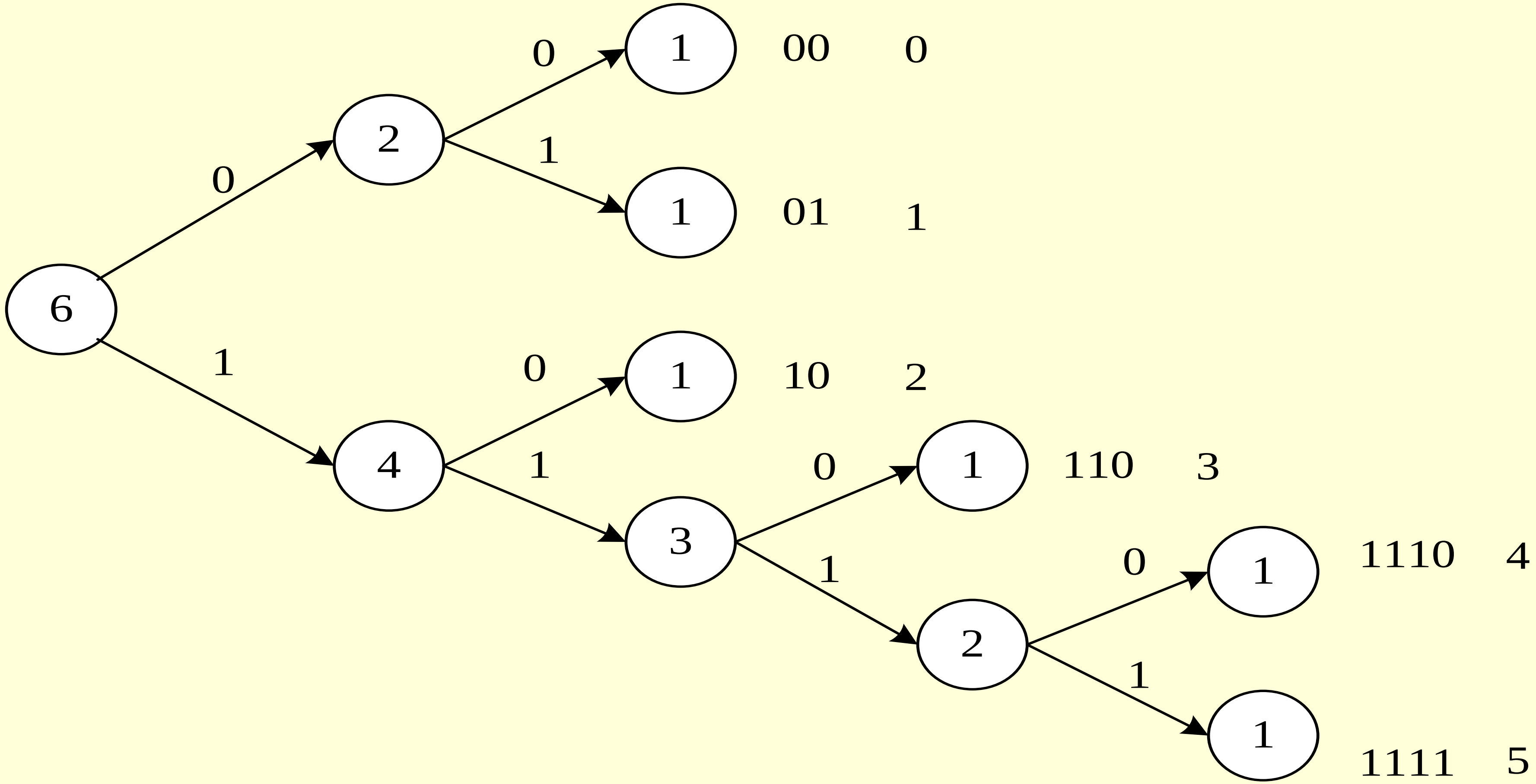


8. СТРУКТУРА ДВОИЧНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ



8	4	4	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

9. ТАБЛИЧНАЯ СТРУКТУРА



6	2	4	1	1	1	3	1	2	1	1
0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

10. ОБОБЩЕННАЯ НУМЕРАЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ

$$X = x_{n-1} x_{n-2}, \ldots, x_i, \ldots, x_0 =$$

$$= \sum_{j_{n-1}=0}^{x_{n-1}-1} K_{j_{n-1}} + \sum_{j_{n-2}=0}^{x_{n-2}-1} K_{x_{n-1}\, j_{n-2}} + \ldots + \sum_{j_i=0}^{x_i-1} K_{x_{n-1}\ldots x_{i+1}\, j_i} + \ldots + \sum_{j_0=0}^{x_0-1} K_{x_{n-1}\ldots x_1\, j_0};$$

$$x_i - \text{цифра},\ 0 \le x_i \le x_{x_{n-1}\ldots x_{i+1}\, x_i}^{\max},$$

$$\sum_{j_i=0}^{0-1} K_{x_{n-1}\ldots x_{i+1} j_i} = 0,$$

$K_{x_{n-1}\ldots x_{i-1} j_i}$ – количество элементов в i - ом классе

11. ПРИНЦИП УНИТАРНОСТИ

$$\boxed{K_{x_{n-1}\ldots x_1 j_0} = 1;}$$

$$\sum_{j_0=0}^{x_0-1} K_{x_{n-1}\ldots x_1\, j_0} = x_0 - 1$$

12. КОЛИЧЕСТВО АЛФАВИТОВ

$$A = \sum_{j_{n-1}=0}^{x_{n-1}^{max}} K_{j_{n-1}} + \sum_{j_{n-1} j_{n-2}=0}^{x_{n-2}^{max}} K_{j_{n-1}\, j_{n-2}} + \ldots + \sum_{j_i=0}^{x_i^{max}} K_{j_{n-1} \ldots j_{i+1}\, j_i} +$$

$$+ \ldots + \sum_{j_{n-1} \ldots j_{i+1} j_i \cdots j_1 = 1}^{x_1^{max}} K_{j_{n-1} \ldots j_{i+1} j_i \cdots j_1} + 1;$$

$K_{j_{n-1} \ldots j_{i+1}\, j_i}$ – алфавит i - *го* класса

13. ДИАПАЗОН ЧИСЕЛ

$$\text{Диапазон } D = X^{\max} + 1;$$

$$X^{\max} = x_{n-1}^{\max} x_{n-2}^{\max}, \dots, x_i^{\max}, \dots, x_o^{\max} =$$

$$= \sum_{j_{n-1}=0}^{x_{n-1}^{\max}-1} K_{j_{n-1}} + \sum_{j_{n-2}=0}^{x_{n-2}^{\max}-1} K_{x_{n-1}\, j_{n-2}} + \dots + \sum_{j_i=0}^{x_i^{\max}-1} K_{x_{n-1\dots}x_{i+1}\, j_i} + \dots + \sum_{j_o=0}^{x_o^{\max}-1} K_{x_{n-1\dots}x_1\, j_o};$$

$x_i^{\max}$ – максимальная цифра i–*го* класса

14. СЛОЖНОСТЬ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

$$I = x^{\max\max} \log_2 n - \log_2 D,$$

где I – величина избыточной информации в структуре,

$x^{\max\max}$ – максимальная цифра в наибольшем алфавите

15. КОМБИНАТОРНЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

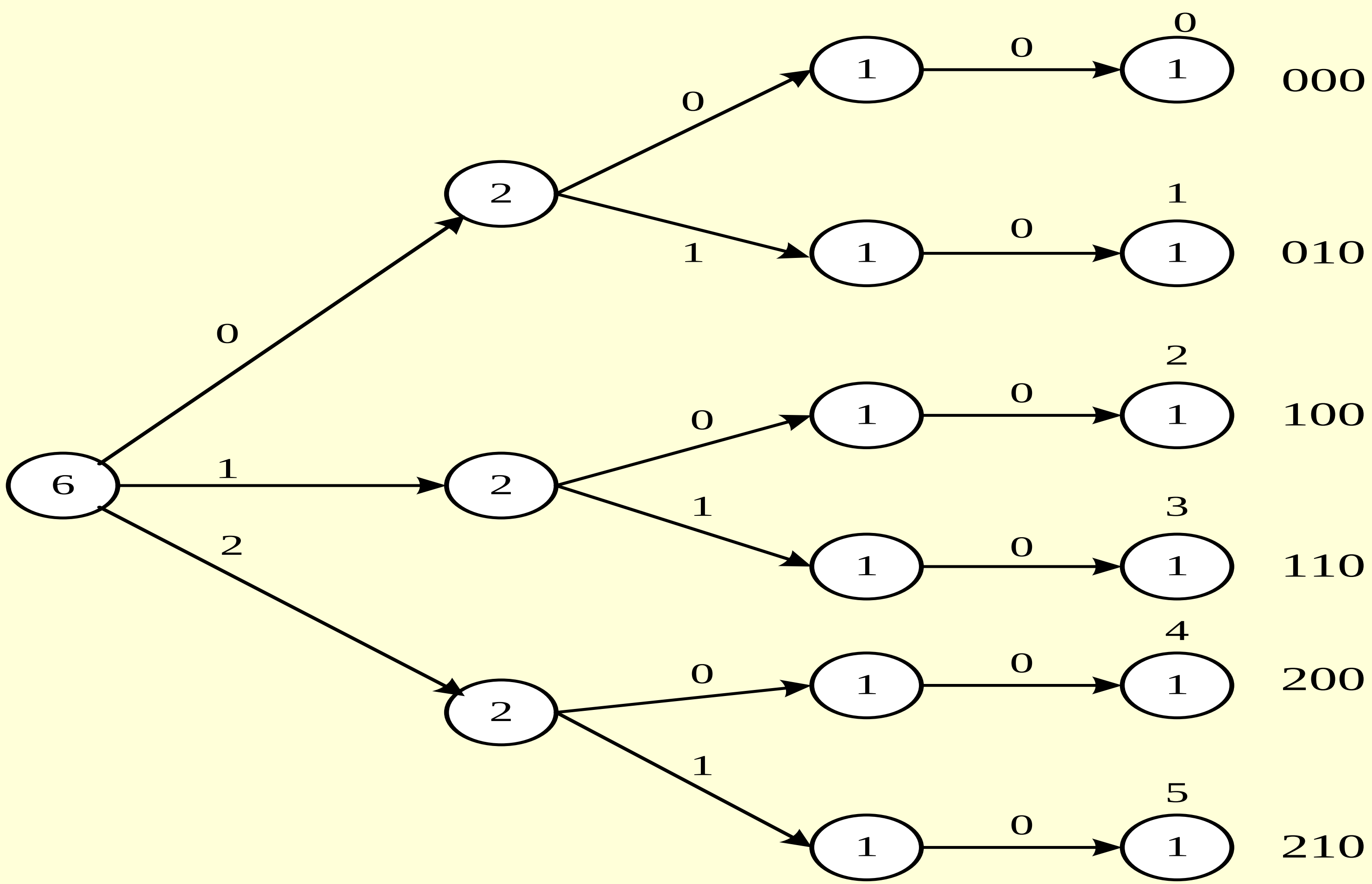
1. ФАКТОРИАЛЬНАЯ
2. ПОЛИФАКТОРИАЛЬНАЯ 2011
3. ФИБОНАЧЧИЕВАЯ
4. БИНОМИАЛЬНАЯ ДВОИЧНАЯ 1982
5. БИНОМИАЛЬНАЯ МНОГОЗНАЧНАЯ 1982
6. БИНОМИАЛЬНАЯ ЦИКЛИЧЕСКАЯ 2004
7. БИНОМИАЛЬНАЯ МАТРИЧНАЯ 2004
8. ПОЛИНОМИАЛЬНАЯ 2013

16. ЗАДАЧИ КОМБИНАТОРИКИ

1. На существование;
2. На перечисление;
4. На построение;
5. На экстремум;
6. Нумерация.

ФАКТОРИАЛЬНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

18. СТРУКТУРА ФАКТОРИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ



19.НУМЕРАЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ

$$X_{<\phi>} = x_n \cdot n! + x_{n-1} \cdot (n-1)! +$$

$$... + x_l \cdot l! + ... + x_1 \cdot 1! + x_0 \cdot 0!,$$

$$0 \le l \le n, 0 \le x_l \le l$$

20. НОМЕР ФАКТОРИАЛЬНОГО ЧИСЛА

$$X_{\langle\phi\rangle} = 2\,3\,2\,2\,0\,0 =$$

$$= 2\cdot 5! + 3\cdot 4! + 2\cdot 3! + 2\cdot 2! + 0\cdot 1! + 0\cdot 0! =$$

$$240 + 72 + 12 + 4 = 328_{\langle 10\rangle}$$

21. ТЕОРЕМА

$$X_{\max} = (n+1)! - 1$$

$$X_{<\phi>} = X_{\max} = (n+1-1)\cdot n! + \big((n-1)+1-1\big)\cdot(n-1)! + \ldots$$

$$\ldots + (l+1-1)\cdot l! + \ldots + (1+1-1)\cdot 1! + (0+1-1)\cdot 0! =$$

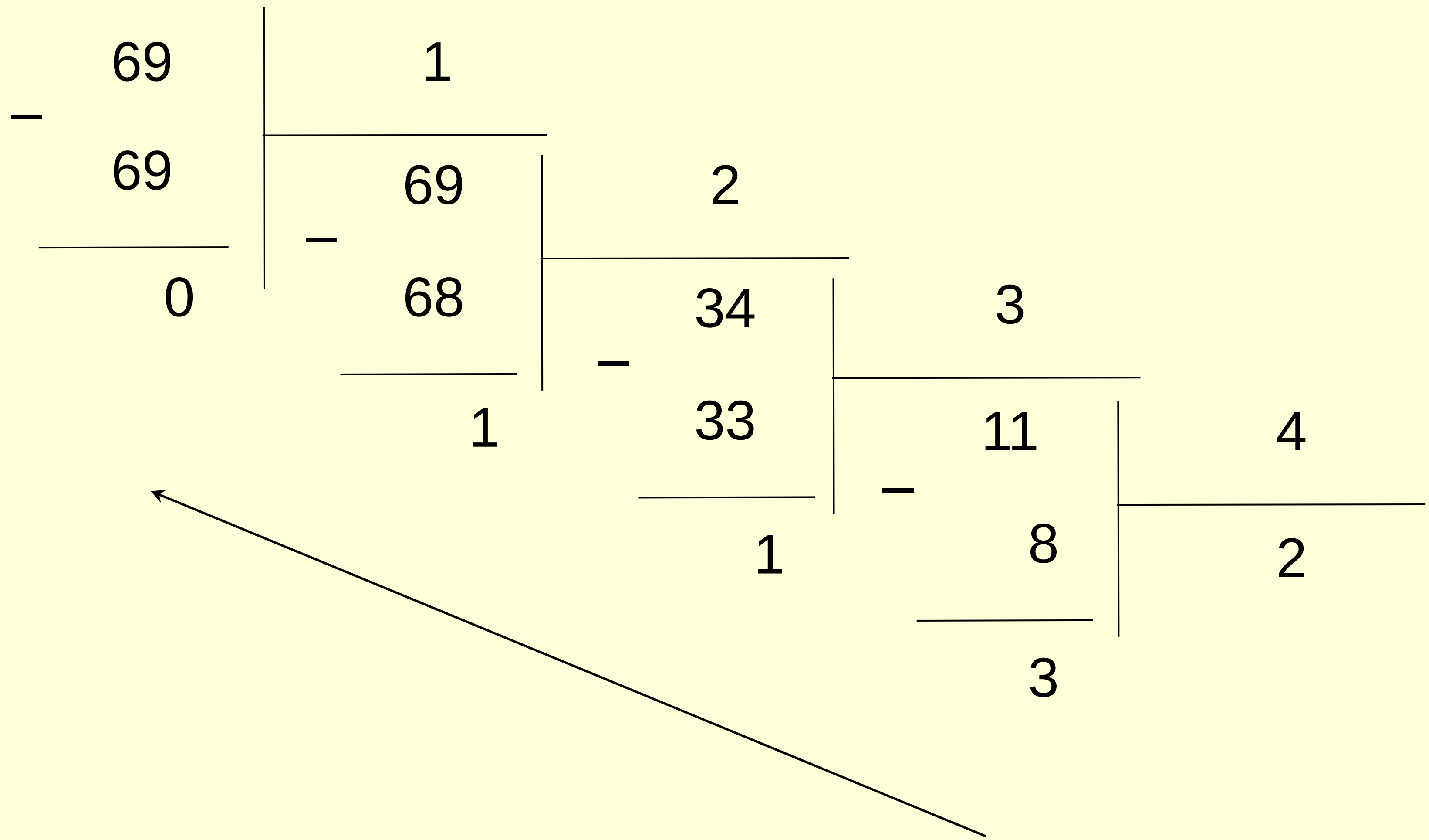
$$= (n+1)! - n! + n! - (n-1)! + \ldots + (l+1)! - l! + \ldots$$

$$\ldots + 2! - 1! + 1 - 1! = (n+1)! - 1.$$

22. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ФАКТОРИАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

$$
\begin{array}{r}
+\begin{array}{r} 23110 \\ 12200 \end{array} \\
\hline
42010
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
-\begin{array}{r} 23110 \\ 12200 \end{array} \\
\hline
10210
\end{array}
$$

23. АЛГОРИТМ ПОЛУЧЕНИЯ ФАКТОРИАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ



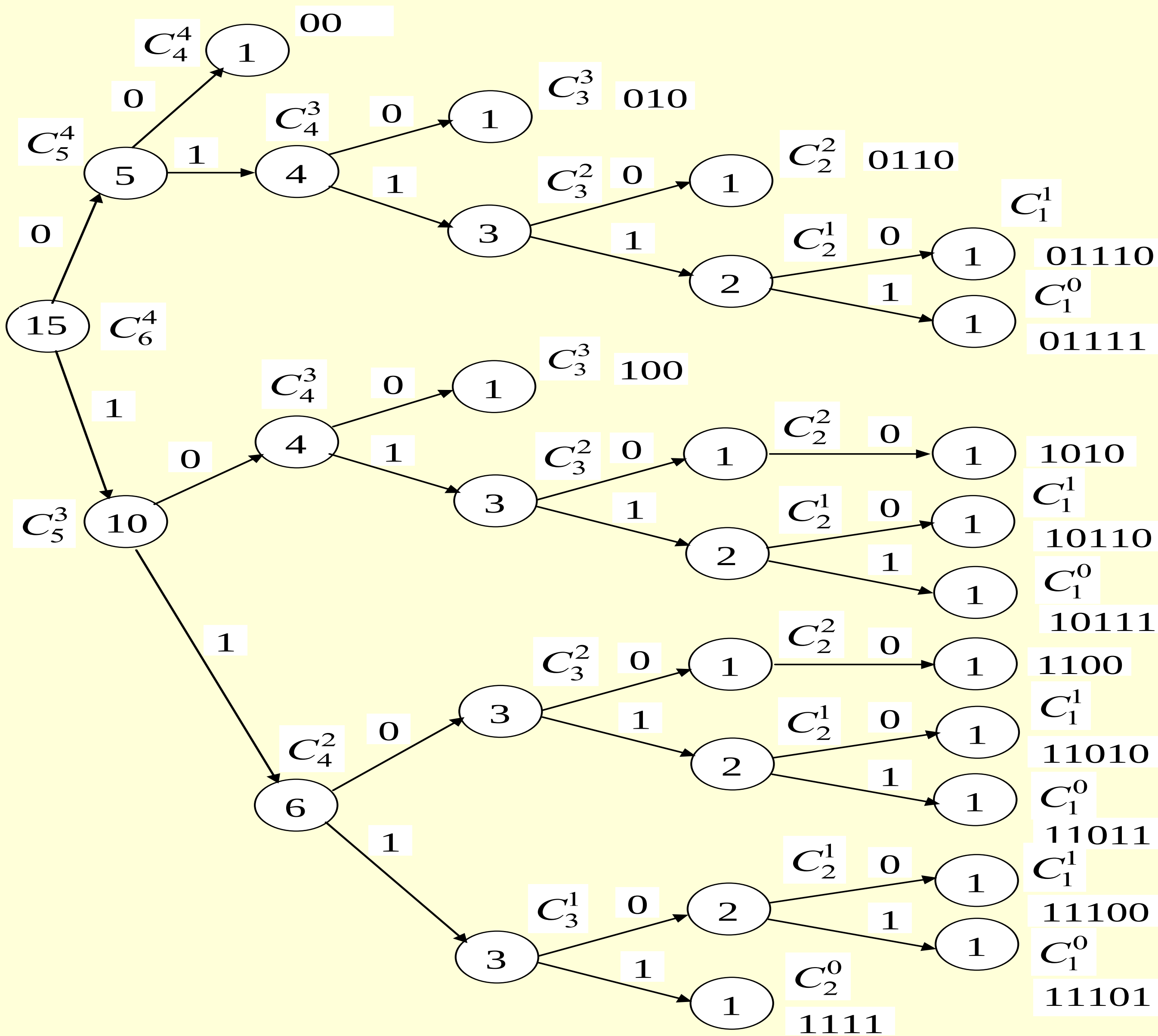
24. ПЕРЕХОД ОТ ФАКТОРИАЛЬНОГО ЧИСЛА К ПЕРЕСТАНОВКЕ И ОБРАТНО

$$X_{<ф>} = 1200_{<ф>} \to B_{<пер>} = 1302_{<пер>}$$

$$B_{<пер>} = 045321_{<пер>} \to F_{<ф>} = 033210_{<ф>}$$

БИНОМИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ С ДВОИЧНЫМ АЛФАВИТОМ

26. СТРУКТУРА СИСТЕМЫ



27. БИНОМИАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

№	Неравномер. биномиальн. числа	Равномер. биномиальн. числа	Код с постоянным весом	Универсальный промышленный код	
				прямой	инверсный
0	00	00000	001111	0100000	1011111
1	010	01000	010111	0110000	1001111
2	0110	01100	011011	0111000	1000111
3	01110	01110	011101	0111100	1000011
4	01111	01111	011110	0111110	1000001
5	100	10000	100111	0010000	1101111
6	1010	10100	101011	0011000	1100111
7	10110	10110	101101	0011100	1100011
8	10111	10111	101110	0011110	1100001
9	1100	11000	110011	0001000	1110111
10	11010	11010	110101	0001100	1110011
11	11011	11011	110110	0001110	1110001
12	11100	11100	111001	0000100	1111011
13	11101	11001	111010	0000110	1111001
14	1111	11110	111100	0000010	1111101

28. НУМЕРАЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ

$$X = x_{l-1} C_{n-1}^{k-g_l} + x_{l-2} C_{n-2}^{k-g_{l-1}} + \ldots$$

$$+ x_j C_{n-l+j}^{k-g_{j-1}} + \ldots + x_0 C_{n-l}^{k-g_1};$$

$$g_l = 0,\ x_j = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases},\ g_{j-1} = \sum_{s=j-1}^{l-1} x_s,$$

$$j = 0, 1, \ldots, l-1$$

29. ОГРАНИЧЕНИЯ

$$1.\, g_0 \le l \le n-1 \qquad 2.\, n-k+g_0=l$$

$$g_0 = k \qquad 0 \le g_0 \le k-1$$

$$g_0 = \sum_{j=0}^{l-1} x_j\,,$$

ДИАПАЗОН ЧИСЕЛ

$$P = C_n^k$$

МАТРИЧНЫЕ БИНОМИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

31. МАТРИЧНЫЕ БИНОМИАЛЬНЫЕ ЧИСЛА (МБЧ) с k=3, n=5

$$C_n^k = C_5^3 = 10$$

$$\underset{0000}{\begin{bmatrix} 000 \\ 000 \end{bmatrix}} \quad \underset{0100}{\begin{bmatrix} 100 \\ 000 \end{bmatrix}} \quad \underset{0110}{\begin{bmatrix} 110 \\ 000 \end{bmatrix}} \quad \underset{0111}{\begin{bmatrix} 111 \\ 000 \end{bmatrix}} \quad \underset{1000}{\begin{bmatrix} 000 \\ 100 \end{bmatrix}}$$

$$\underset{1010}{\begin{bmatrix} 010 \\ 100 \end{bmatrix}} \quad \underset{1011}{\begin{bmatrix} 011 \\ 100 \end{bmatrix}} \quad \underset{1100}{\begin{bmatrix} 000 \\ 110 \end{bmatrix}} \quad \underset{1101}{\begin{bmatrix} 001 \\ 110 \end{bmatrix}} \quad \underset{1110}{\begin{bmatrix} 000 \\ 111 \end{bmatrix}}$$

32. СИМВОЛЬНЫЕ МБЧ

$i \downarrow \quad j \rightarrow$	k	$k-1$	$\ldots$	1
0	x_{0k}	$x_{0(k-1)}$	$\ldots$	x_{01}
1	x_{1k}	$x_{1(k-1)}$	$\ldots$	x_{11}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ldots$	$\vdots$
$n-k$	$x_{(n-k)k}$	$x_{(n-k)(k-1)}$	$\ldots$	$x_{(n-k)1}$

$$x_{ij} = \{0,1\}$$

33. ОГРАНИЧЕНИЯ МБЧ

1. Число элементов МБЧ $N = (n-k)k$.

2. В столбце МБЧ может находиться не более одной единицы.

3. В первом столбце значащей матрицы всегда содержится 1.

4. Среди элементов диагонали значащей матрицы, направленной сверху вправо, только один элемент может быть равен 1.

5. Число единиц q_M в матрице $0 \le q_M \le k$.

6. Количества единиц q_M в биномиальной матрице и q в линейном биномиальном числе равны между собой: $q_M = q$.

34. ОГРАНИЧЕНИЯ МБЧ

7. В последовательности единиц, расположенных в строке матрицы, отсутствуют промежуточные нули.

8. Логическое суммирование сверху вправо элементов диагонали биномиальной матрицы образует цифру линейного биномиального числа.

9. Если в $(n-k)$-й строке расположена последовательность единиц, то она должна располагаться в начальной части.

10. Единицы в матрице располагаются так, что единица каждого последующего справа столбца находится или в строке, соответствующей строке с единицей предшествующего столбца, или в строке, взятой из множества верхних строк с меньшим номером i.

35. НУМЕРАЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ

$$X = \sum_{i=0}^{n-k} \sum_{j=1}^{k} x_{ij} C_{i+j}^{j},$$

$$x_{ij} = \{0,1\} - \textit{цифры}, C_{i+j}^{j} - \textit{веса цифр}$$

36. СИМВОЛЬНЫЙ БИНОМИАЛЬНЫЙ ПРЯМОУГОЛЬНИК

$i \backslash j$	k	$k-1$	$\ldots$	1
0	C_k^k	C_{k-1}^{k-1}	$\ldots$	C_1^1
1	C_{k+1}^k	C_k^{k-1}	$\ldots$	C_2^1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ldots$	$\vdots$
$n-k$	C_n^k	C_{n-1}^{k-1}	$\ldots$	C_{n-k+1}^1

37. ЧИСЛОВОЙ БИНОМИАЛЬНЫЙ ПРЯМОУГОЛЬНИК

i \ j	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
2	55	45	36	28	21	15	10	6	3	1
3	220	165	120	84	56	35	20	10	4	1
4	715	495	330	210	126	70	35	15	5	1
5	2002	1287	792	462	252	126	56	21	6	1
6	5005	3003	1716	924	462	210	84	28	7	1
7	11440	6435	3432	1716	792	330	120	36	8	1
8	24310	12870	6435	3003	1287	495	165	45	9	1
9	48620	24310	11440	5005	2002	715	220	55	10	1

38. ПРИМЕР МБЧ с *k* = 3, *n* = 6

$i \backslash j$	3	2	1
0	0	0	1
1	1	1	0
2	0	0	0

01101

$$\textit{Диапазон чисел } D = C_n^k = C_6^3 = 20$$

39. НУМЕРАЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ МБЧ для *k* = 3, *n* = 6

$i \backslash j$	3	2	1
0			C_1^1
1	C_4^3	C_3^2	
2			

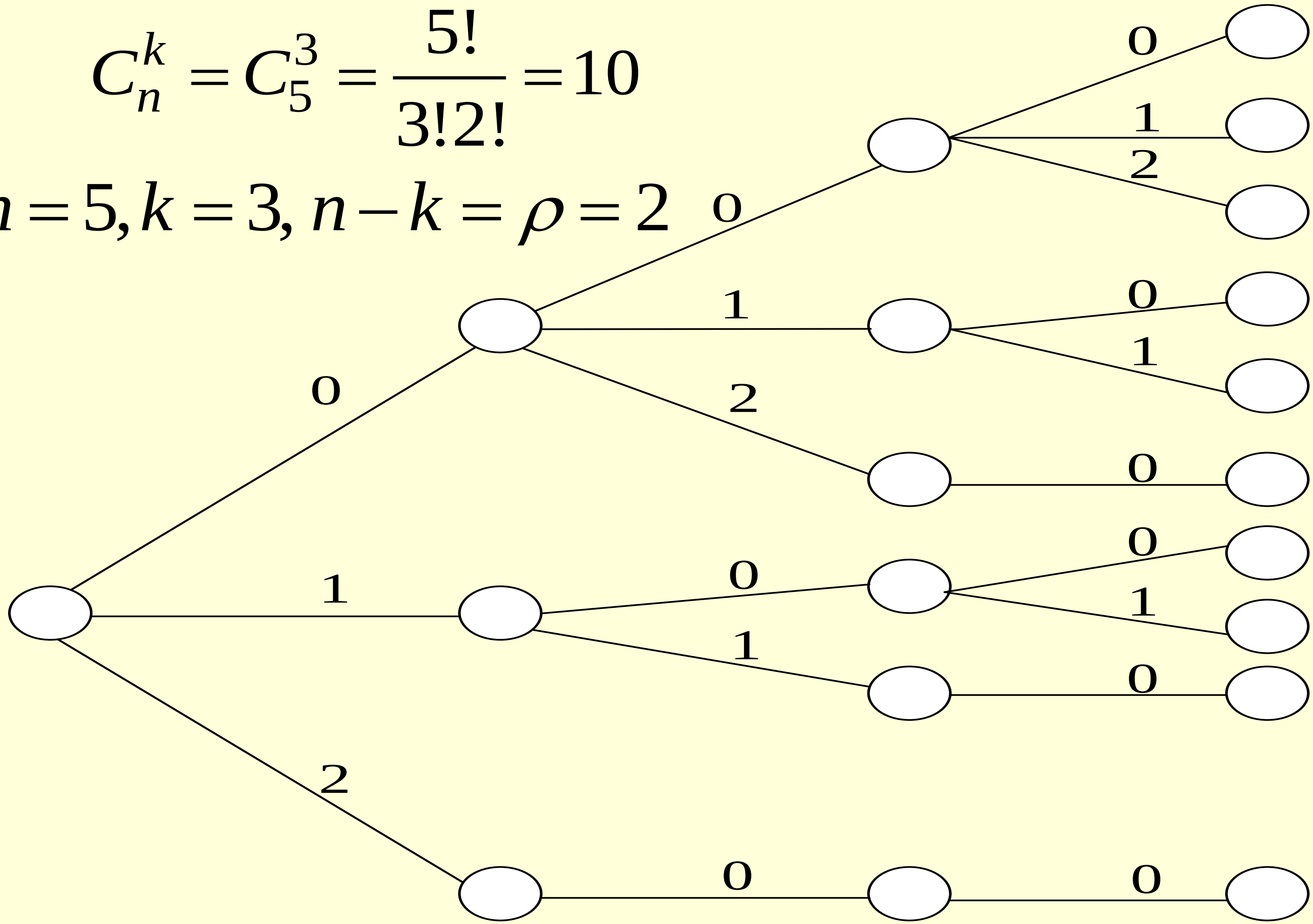
$$X = C_4^3 + C_3^2 + C_1^1 = 4 + 3 + 1 = 8$$

МНОГОЗНАЧНЫЕ БИНОМИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ (МБСС)

41. СТРУКТУРА МБСС

$$C_n^k = C_5^3 = \frac{5!}{3!2!} = 10$$

$$n = 5, k = 3, n - k = \rho = 2$$



42. МНОГОЗНАЧНЫЕ БИНОМИАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

№	Биноминальные числа	Сочетания с повторениями	Сочетания	Композиции
0	0 0 0	1 1 1	1 2 3	1 1 1 3
1	0 0 1	1 1 2	1 2 4	1 1 2 2
2	0 0 2	1 1 3	1 2 5	1 1 3 1
3	0 1 0	1 2 2	1 3 4	1 2 1 2
4	0 1 1	1 2 3	1 3 5	1 2 2 1
5	0 2 0	1 3 3	1 4 5	1 3 1 1
6	1 0 0	2 2 2	2 3 4	2 1 1 2
7	1 0 1	2 2 3	2 3 5	2 1 2 1
8	1 1 0	2 3 3	2 4 5	2 2 1 1
9	2 0 0	3 3 3	3 4 5	3 1 1 1

$$n = 5, k = 3, n - k = \rho = 2; \qquad C_n^k = C_5^3 = \frac{5!}{3!2!} = 10$$

43. НУМЕРАЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ

$$X = \sum_{i=0}^{x_{l-1}-1} C_{n-i-1-x_l}^{k-1} + \sum_{i=0}^{x_{l-2}-1} C_{n-i-2-(x_l+x_{l-1})}^{k-2} + \ldots +$$

$$\sum_{i=0}^{x_{l-j}-1} C_{n-i-j-q_j}^{k-j} + \ldots + \sum_{i=0}^{x_1-1} C_{n-i-(l-1)-q_1}^{k-l} + \sum_{i=0}^{x_0-1} C_{n-i-(l-l)-q_0}^{k-l};$$

$j = 1, 2, \ldots, l;$ l – *длина числа*; $x_l = 0$

n, k – *параметры системы счисления;*

x_{l-j} – *цифра* $(l-j)$ – *го разряда;*

44. ОГРАНИЧЕНИЯ

$$1.\, l = k \text{ при } (n-k) = \rho,$$

$$\rho - \text{контрольное число};$$

$$2.\, 1 \le l \le k \text{ при } 0 \le (q_0 + x_0) \le \rho.$$

$$q_j = \sum_{\gamma=j+1}^{l} x_\gamma; \; \sum_{i=0}^{0-1} C_{n-i-j-q_j}^{k-j} = 0;$$

$$P = C_n^k - \text{диапазон}$$

ФИБОНАЧЧИЕВЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

ЧИСЛА ФИБОНАЧЧИ

- последовательность чисел

1, 1, 2, 3, 5, 8, …,

в которой каждое последующее число, начиная с третьего, равно сумме двух предыдущих чисел:

$F=Fn\text{-}1+Fn\text{-}2$.

При этом начальные члены $F1=F2=1$

47 ФИБОНАЧЧИЕВЫЕ ЧИСЛА

Фибоначчиевым числом называется число, задаваемое числовой функцией

$N = a_n F_n + a_{n-1} F_{n-1} + \ldots + a_i F_i + \ldots + a_1 F_1,$ (2)

где $a_i \in \{0, 1\}$ – двоичная цифра *i*-го разряда; n – разрядность числа; F_i – вес *i*-го разряда, равный *i*-му числу Фибоначчи.

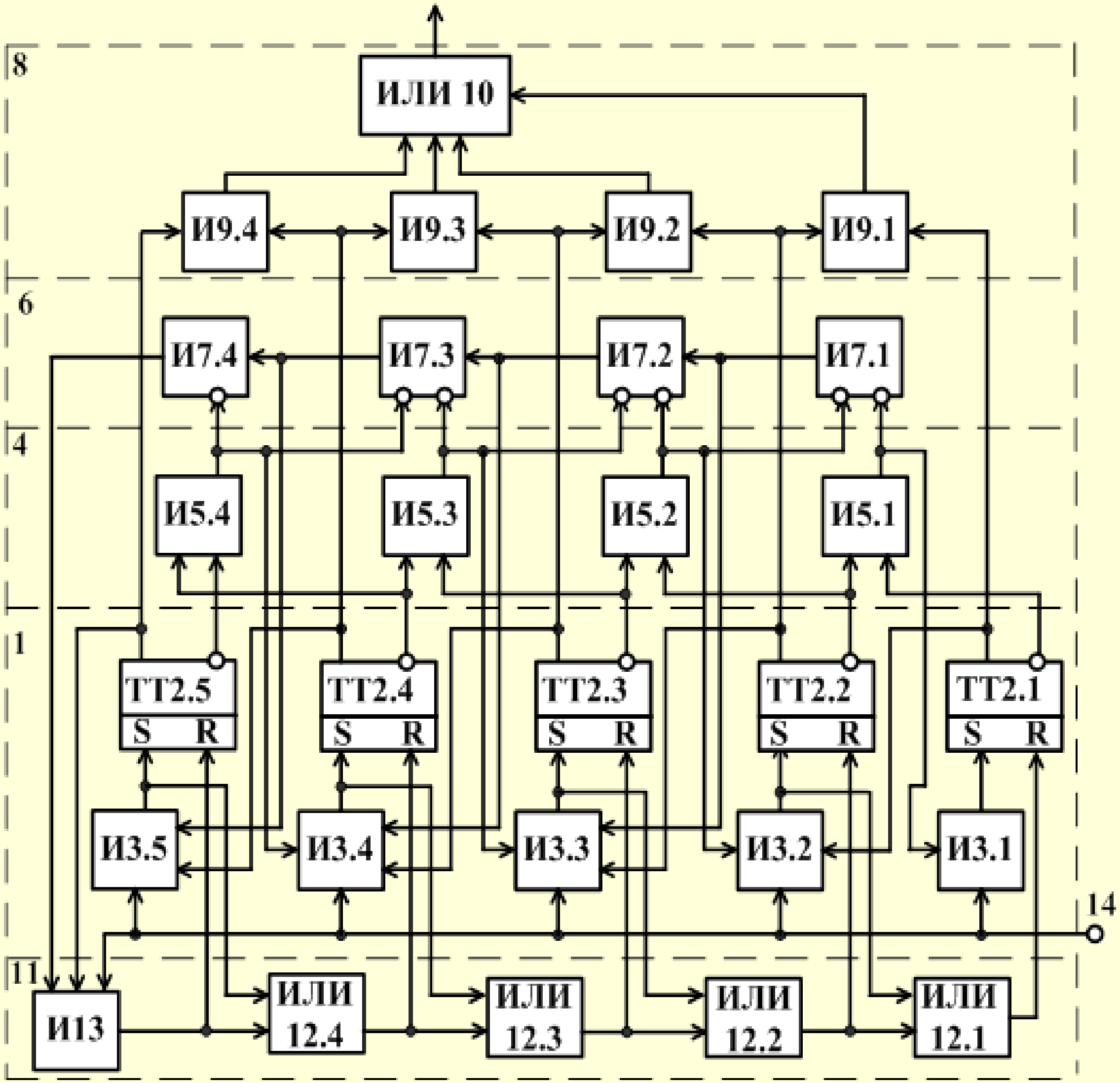
Таблица фибоначчиевых чисел для F_n = 1, 2, 3, 5, 8

№ разряда	5	4	3	2	1
F_n / №	8	5	3	2	1
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0
3	0	0	1	0	0
4	0	0	1	0	1
5	0	1	0	0	0
6	0	1	0	0	1
7	0	1	0	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	0	1
10	1	0	0	1	0
11	1	0	1	0	0
12	1	0	1	0	1

АЛГОРИТМ СУММИРУЮЩЕГО ФИБОНАЧЧИЕВОГО СЧЕТА В МИНИМАЛЬНОЙ ФОРМЕ

1. В младший из двух разрядов, содержащих нули, при счете справа налево ставится 1, а все остальные младшие разряды обнуляются
2. Счет идет до тех пор, пока не появится фибоначчивое число, в котором между двумя единицами стоит один ноль, а впереди старшей единицы находится не больше одного нуля.
3. Появление в фибоначчиевом числе двух рядом стоящих единиц является признаком ошибки.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ СЧЕТЧИК ФИБОНАЧЧИ Борисенко - Стахова



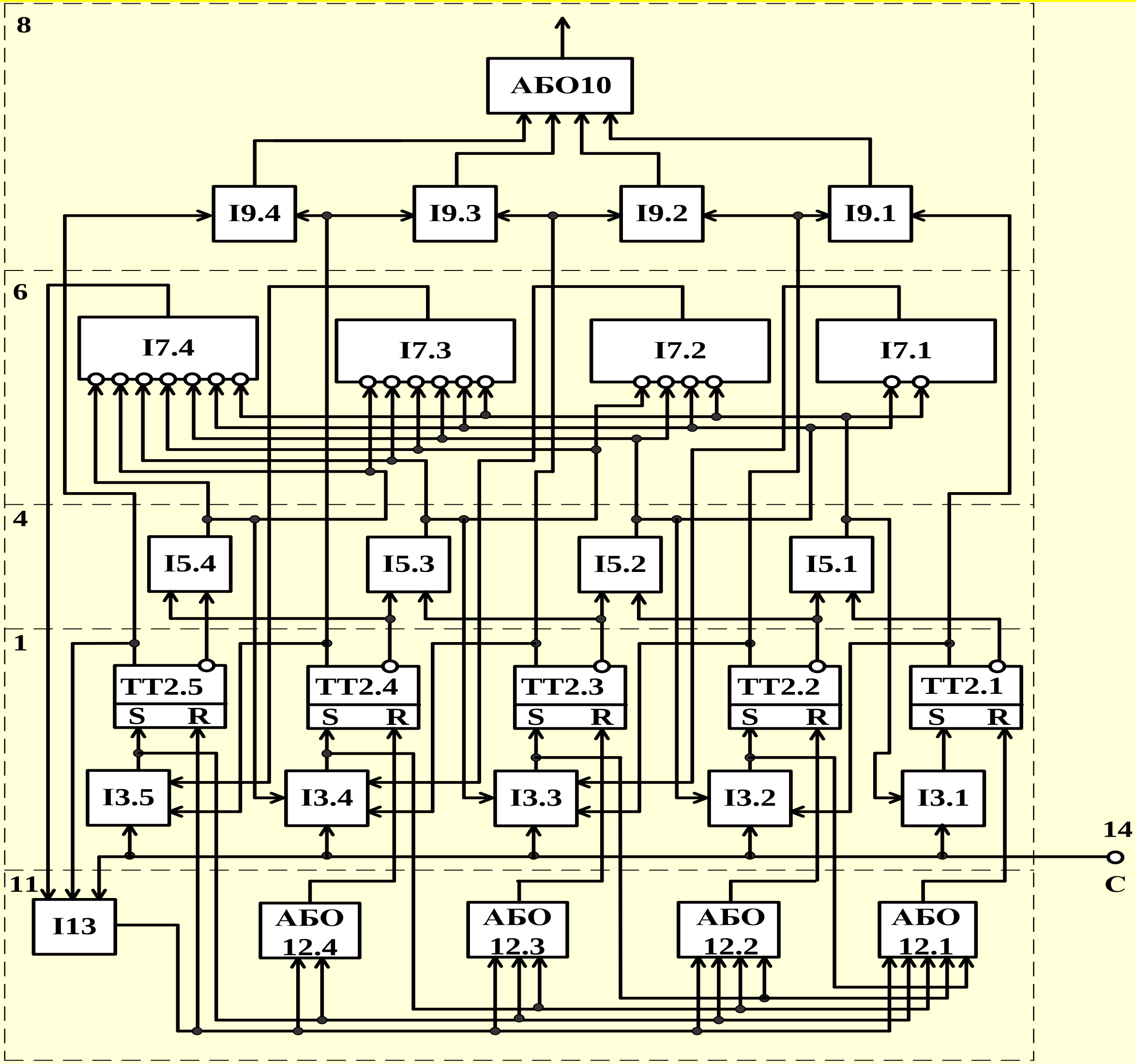
БЫСТРОДЕЙСТВИЕ И АППАРАТУРНЫЕ ЗАТРАТЫ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО СЧЕТЧИКА ФИБОНАЧЧИ

$$f_{\max} = \frac{1}{n\tau_{и} + (n-1)\tau_{или} + (n-1)\tau_{не} + \tau_{тр}}$$

$$Zs = 23n + 4(4n-7) - 3$$

52

ПАРАЛЕЛЬНЫЙ СЧЕТЧИК ИМПУЛЬСОВ



53

БЫСТРОДЕЙСТВИЕ И АППАРАТУРНЫЕ ЗАТРАТЫ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СЧЕТЧИКА

$$f_{\max} = \frac{1}{\tau_{и} + \tau_{или} + \tau_{тр}}$$

$$Zsb = 29n + 2(4n - 1) - 13$$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ